
Leitura matemática e interpretação de enunciados: desafios semânticos na resolução de problemas

Mathematical reading and interpretation of statements: semantic challenges in problem solving

Lectura matemática e interpretación de enunciados: desafíos semánticos en la resolución de problemas

Ensino de Ciências & Matemática

ARAÚJO, Alberto Nairo Silva de
Universidade Federal do Maranhão
albertonairocta@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0002-1708-6130>

SILVA, Brendo Henderson do Vale
Universidade Federal do Maranhão
brendo.henderson@gmail.com
<https://orcid.org/0009-0002-2854-896X>

Resumo:

Este ensaio teórico discute a leitura matemática sob a ótica da epistemologia e da psicologia cognitiva, consolidando-a como o componente arquitetônico central na resolução de problemas. Afasta-se a premissa de que falhas na resolução decorrem primordialmente de inabilidades operatórias, deslocando o foco para os ruídos na decodificação semântica e na translação de registros. Fundamentado na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, o estudo analisa o custo cognitivo da conversão do registro em língua natural para os registros algébricos e figurais. Incorpora-se o modelo de argumentação de Toulmin para dissecar a semântica da prova, evidenciando como as garantias e os apoios lógicos dependem de uma exegese rigorosa dos quantificadores e restrições do enunciado. Conclui-se que o desenvolvimento do senso simbólico (symbol sense) e o domínio da sintaxe matemática são imperativos para a superação de obstáculos epistemológicos, exigindo que a leitura seja tratada como um ato inerente à própria modelagem matemática.

Palavras-chave: Epistemologia Matemática; Semiótica; Semântica da Prova; Cognição.

Abstract:

This theoretical essay discusses mathematical reading from the perspective of epistemology and cognitive psychology, consolidating it as the central architectural component in problem solving. It dismisses the premise that failures in problem solving stem primarily from operational inabilities, shifting the focus to noise in semantic decoding and register translation. Based on Duval's Theory of Semiotic Representation Registers, the study analyzes the cognitive cost of converting natural language registers into algebraic and figural registers. Toulmin's argumentation model is

incorporated to dissect the semantics of proof, showing how warrants and logical backings depend on a rigorous exegesis of quantifiers and statement constraints. We conclude that the development of symbol sense and mastery of mathematical syntax are imperative for overcoming epistemological obstacles, requiring that reading be treated as an act inherent to mathematical modeling itself.

Keywords: Mathematical Epistemology; Semiotics; Semantics of Proof; Cognition.

Resumen:

Este ensayo teórico discute la lectura matemática desde la perspectiva de la epistemología y la psicología cognitiva, consolidándola como el componente arquitectónico central en la resolución de problemas. Se descarta la premisa de que los fallos en la resolución derivan primordialmente de inhabilidades operativas, desplazando el foco hacia los ruidos en la decodificación semántica y la traslación de registros. Fundamentado en la Teoría de los Registros de Representación Semiótica de Duval, el estudio analiza el costo cognitivo de la conversión del registro en lengua natural a los registros algebraicos y figurales. Se incorpora el modelo de argumentación de Toulmin para diseccionar la semántica de la prueba, evidenciando cómo las garantías y los apoyos lógicos dependen de una exégesis rigurosa de los cuantificadores y restricciones del enunciado. Se concluye que el desarrollo del sentido simbólico y el dominio de la sintaxis matemática son imperativos para la superación de obstáculos epistemológicos.

Palabras clave: Epistemología Matemática; Semiótica; Semántica de la Prueba; Cognición.

INTRODUÇÃO

No âmbito da Educação Matemática, a resolução de problemas ocupa uma posição de centralidade axiomática, servindo como a engrenagem principal para a construção e a validação do conhecimento (Pólya, 2004, p. 12; Schoenfeld, 1985, p. 74). Contudo, a tradição escolar frequentemente reduz essa atividade a um encadeamento mecanicista de algoritmos, negligenciando a arquitetura cognitiva subjacente ao primeiro e mais fundamental passo de qualquer modelagem: a leitura do enunciado. O presente ensaio teórico tem como escopo investigar a leitura matemática não como uma mera habilidade subsidiária de alfabetização, mas como um processo heurístico complexo, fortemente alicerçado na semântica formal e na transição de registros de representação.

Parte-se do pressuposto epistemológico de que grande parte das disfunções observadas na resolução de problemas matemáticos não se origina em lacunas computacionais ou no desconhecimento de teoremas, mas sim em fissuras hermenêuticas durante a decodificação inicial

do problema. O texto matemático possui uma densidade semântica singular, na qual cada vocábulo, símbolo ou disposição espacial carrega restrições lógicas inegociáveis. Conforme elucida Machado (2011, pg. 45), existe uma impregnação mútua entre a língua materna e a matemática, de modo que a sintaxe lógica não pode operar no vácuo representacional.

Desse modo, este trabalho se debruça sobre os mecanismos cognitivos exigidos para a correta interpretação de enunciados, utilizando as lentes da Teoria dos Registros de Representação Semiótica e da estruturação formal de argumentos. O objetivo é demonstrar que a validação de uma prova matemática depende estritamente da acurácia com que as hipóteses do enunciado são semanticamente traduzidas e mapeadas para o domínio das representações operatórias.

A ARQUITETURA COGNITIVA DA LEITURA E A SEMIÓTICA DE DUVAL

O paradoxo fundamental da aprendizagem matemática reside na impossibilidade de acessar seus objetos de estudo (números, funções, entes geométricos) de forma direta. Enquanto outras ciências lidam com objetos fenomênicos tangíveis, a matemática opera exclusivamente através de representações. É sob esta premissa que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, desenvolvida por Raymond Duval (2009, pg. 30), fornece o alicerce mais robusto para compreender a complexidade da leitura matemática.

Segundo Duval (2006, pg. 110), a compreensão em matemática requer a articulação simultânea de pelo menos dois registros de representação. A leitura de um enunciado caracteriza-se, portanto, pela exigência de uma conversão imediata do registro em língua natural para registros não-discursivos, sejam eles algébricos, geométricos ou tabulares. Esta conversão é o epicentro da carga cognitiva na resolução de problemas. Diferentemente do tratamento (que é a transformação de representações dentro do mesmo registro, como a simplificação de uma equação), a conversão exige que o sujeito identifique quais unidades significativas do texto correspondem aos construtos lógicos do novo sistema.

A leitura matemática superficial — frequentemente encorajada por vícios oriundos de um contrato didático mecanicista (Brousseau, 1997, pg. 22) — leva o leitor a buscar de modo sôfrego

valores numéricos dispersos no texto para operá-los aleatoriamente, ignorando as relações estruturais. Uma decodificação eficiente, por outro lado, exige o que Arcavi (1994, pg. 31) denomina de *symbol sense* (senso simbólico): a intuição refinada sobre quando e como mobilizar símbolos matemáticos para capturar a essência de uma situação descrita em palavras, bem como a capacidade de "ler através" da sintaxe para alcançar a semântica subjacente.

A ESPECIFICIDADE SEMÂNTICA: QUANTIFICADORES E CONECTIVOS

A linguagem natural, rica em ambiguidades e dependente de contextos pragmáticos, sofre uma rigorosa assepsia quando transposta para o rigor da linguagem matemática formal. Na leitura de enunciados, o menor desvio na interpretação de conectivos lógicos e quantificadores resulta na invalidação de todo o raciocínio subsequente, configurando uma alteração não trivial do espaço amostral ou do domínio da função em questão.

Conectivos como a conjunção ("e") e a disjunção ("ou", seja ela inclusiva ou exclusiva) operam como válvulas reguladoras das interseções e uniões de conjuntos de verdades. De modo análogo, a desatenção aos quantificadores universais ("para todo", "qualquer que seja") e existenciais ("existe um", "existe um único") é a causa primária da formulação de provas matematicamente nulas. Provar que uma propriedade vale para *algum* elemento de um conjunto requer uma abordagem metodológica diametralmente oposta a provar que ela é válida para *todos* os elementos (Machado, 2011, p. 93; Duval, 2006, p. 120).

As proposições condicionais ("se... então", "se, e somente se") estabelecem as relações de suficiência e necessidade que pavimentam o caminho lógico do problema. Quando um leitor falha em distinguir a hipótese (o antecedente) da tese (o consequente), o resultado é o cometimento da falácia da afirmação do consequente. Portanto, a leitura em matemática não tolera a aproximação global típica da leitura de textos narrativos; ela exige uma varredura analítica, onde a topologia de cada palavra define os contornos estritos da realidade matemática sendo investigada (Duval, 2009, p. 45).

A SEMÂNTICA DA PROVA SOB O LAYOUT DE TOULMIN

A resolução de um problema matemático culmina na estruturação de uma prova ou de um argumento justificado. Para compreender a dependência entre a leitura do enunciado e a validade da prova, o modelo de estruturação de argumentos proposto por Stephen Toulmin (2003, pg. 98) revela-se de extrema utilidade analítica. Embora concebido para a argumentação geral, o "*Layout* de Toulmin" adapta-se com precisão cirúrgica ao rigor dedutivo da matemática.

A semântica da prova matemática exige que a transição dos Dados para a Conclusão seja inquebrável. Se a leitura do enunciado for semanticamente deficiente, os Dados inseridos no layout de Toulmin serão falsos ou incompletos. Por conseguinte, mesmo que a Garantia (a operação matemática) seja aplicada de forma imaculada, a Conclusão carecerá de validade. Observa-se que o rigor da matemática não reside apenas nos cálculos que compõem a Garantia, mas fundamentalmente na extração fiel e precisa dos Dados a partir do texto do enunciado. Esta interseção entre a exegese textual e a lógica demonstrativa reforça que a prova não é um mero adendo formal que se anexa ao final de um cálculo; ela é a materialização semântica de que as condições iniciais foram respeitadas do início ao fim do processo operatório.

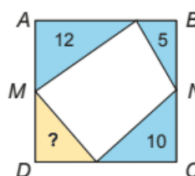
A SEMÂNTICA DA PROVA NA PRÁTICA: ANÁLISE DE UM ENUNCIADO OLÍMPICO

Para materializar a carga cognitiva exigida na transição de registros e na estruturação da prova, convém analisar um problema típico de competições matemáticas, que sabidamente exigem um alto grau de refinamento na leitura e decodificação multimodal. Considere o seguinte problema geométrico:

Figura 1: Questão sobre cálculo de áreas.

12. Na figura, $ABCD$ é um retângulo. Os pontos M e N são pontos médios dos lados AD e BC . As áreas dos triângulos azuis são 12, 5 e 10. Qual é a área do triângulo amarelo?

- (A) 9
- (B) 7
- (C) 6
- (D) 8
- (E) 5



Sob a ótica da teoria de Duval (2009), este enunciado apresenta um imenso desafio de conversão semiótica. O estudante é confrontado simultaneamente com o registro em língua natural, o registro figural e um registro cromático (as cores "azul" e "amarelo"). A escassez de dados dimensionais explícitos — não há medidas de base ou altura do retângulo — provoca um imediato obstáculo epistemológico para o leitor treinado apenas no paradigma aritmético. A superação desse obstáculo depende da decodificação exata da expressão "pontos médios", que atua como o gatilho semântico para a conversão: o traçado imaginário (ou real) do segmento MN, que funcionará como uma base ou eixo de simetria para as alturas dos triângulos.

Aplicando o layout de argumentação de Toulmin (2003) para mapear a validade da resolução deste problema, temos que a extração rigorosa dos *Dados* (Data) se traduz na identificação de que ABCD é um retângulo, que as áreas parciais são 12, 5 e 10, e que M e N dividem a figura estabelecendo uma linha média paralela aos lados AB e CD. A *Garantia* (Warrant) mobilizada pelo estudante não é uma fórmula isolada, mas o raciocínio relacional: a compreensão de que triângulos com bases sobre os lados do retângulo e vértices sobre o segmento MN possuem alturas que, somadas, equivalem à base do próprio retângulo. O *Apoio* (Backing) lógico que legitima o uso dessa garantia fundamenta-se nos axiomas de aditividade de áreas e na definição de distância entre retas paralelas na geometria euclidiana.

Se o estudante comete um erro de leitura e não atribui o peso semântico correto à restrição "pontos médios", todo o mapeamento espacial é corrompido, e ele tentará, em vão, descobrir as dimensões exatas da figura através de tentativas numéricas exaustivas. Os *Dados* inseridos no layout de Toulmin tornam-se, assim, falaciosos ou insuficientes. Consequentemente, a *Conclusão* (Claim) sobre a área do triângulo amarelo será matematicamente inalcançável ou estruturada sobre premissas inválidas.

Este exemplo evidencia que, em problemas de alto nível cognitivo, a leitura matemática precede e condiciona completamente a modelagem algébrica. A verdadeira barreira não reside em somar ou subtrair as áreas dadas (operações aritméticas elementares), mas sim em uma barreira hermenêutica: trata-se da capacidade do aluno de extrair as propriedades relacionais invisíveis do

texto, converter as cores e formas em equações de equivalência e provar que a semântica do enunciado é a espinha dorsal de toda a argumentação lógica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A reflexão epistemológica sobre a leitura matemática demonstra, de forma inequívoca, que o ato de interpretar um enunciado transcende a mera competência linguística basilar, alçando-se à categoria de modelagem estrutural inerente ao raciocínio lógico-formal. As barreiras enfrentadas pelos estudantes na resolução de problemas não são, na sua essência, déficits algorítmicos, mas ruídos severos no processo de conversão entre os registros de representação discursivos e não-discursivos.

A análise sob a ótica da teoria de Duval e do *framework* argumentativo de Toulmin revela que a semântica da prova está ancorada diretamente na capacidade do indivíduo de identificar e manipular variáveis lógicas, quantificadores e restrições condicionais inseridas no texto. Quando o enunciado é lido de forma fragmentada, os dados submetidos ao escrutínio matemático são corrompidos, inviabilizando qualquer possibilidade de validação argumentativa rigorosa.

Conclui-se, portanto, que a Educação Matemática necessita promover uma ruptura com o paradigma do cálculo pelo cálculo, instituindo um ensino onde a linguagem matemática, seu rigor semântico e suas regras sintáticas sejam objetos de estudo explícitos e intencionais. O desenvolvimento do *symbol sense* e a proficiência na decodificação são os verdadeiros pilares para que a resolução de problemas deixe de ser um exercício de reprodução mecânica e assuma seu papel histórico de investigação intelectual, argumentação lógica e produção de sentido matemático irrefutável.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARCAVI, Abraham. Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. **For the Learning of Mathematics**, Montreal, v. 14, n. 3, p. 24-35, 1994.

BROUSSEAU, Guy. **Theory of didactical situations in mathematics**. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1997.



DUVAL, Raymond. A cognitive analysis of problems of comprehension in the learning of mathematics. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 61, n. 1-2, p. 103-131, 2006.

DUVAL, Raymond. **Semiósis e pensamento humano**: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Fascículo I. São Paulo: LF Editorial, 2009.

MACHADO, Nilson José. **Matemática e língua materna**: análise de uma impregnação mútua. São Paulo: Cortez, 2011.

PÓLYA, George. **How to solve it**: a new aspect of mathematical method. Princeton: Princeton University Press, 2004.

SCHOENFELD, Alan H. **Mathematical problem solving**. Orlando: Academic Press, 1985.

TOULMIN, Stephen E. **The uses of argument**. Updated edition. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.