

ENSINO & MULTIDISCIPLINARIDADE

Jan. | Jun. 2020 – Volume 6, Número 1, p. 77-90.

A construção dos conceitos de área e função com o *software* GeoGebra: um estudo apoiado pela abstração reflexionante

Building area and function concepts with the GeoGebra application: a study supported by reflecting abstraction

Antonio José da Silva¹ - [https://orcid.org/ 0000-0002-8054-6817](https://orcid.org/0000-0002-8054-6817)

¹ Professor do Departamento de Matemática. Professor permanente do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Matemática e do Mestrado em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT da Universidade Federal do Maranhão, São Luís, Maranhão, Brasil. E-mail: antonio.silva@ufma.br

Resumo

O presente estudo aborda o problema da construção dos conceitos de área e de função. Foram promovidos processos de interação entre os indivíduos da pesquisa e uma aplicação construída com o *software* GeoGebra. Por intermédio de uma sequência didática foram coletados os registros de respostas de uma situação-problema. A metodologia apoiou-se na sequência didática proposta, que utilizou além do GeoGebra, o serviço de armazenamento de dados da Google por meio dos formulários, planilhas e Drive. A análise foi subsidiada pelos conceitos da abstração reflexionante. Foram observados três grupos de desenvolvimento, com relações referentes aos conceitos de área e função. Verificou-se que o conceito de área se estabelece a partir da construção do conceito de função.

Palavras-chave: Aprendizagem. Desenvolvimento Cognitivo. Abstração Reflexionante. Conceito de Função. Conceito de Área.

Abstract

The present study addresses the problem of the construction of the concepts of area and function. Interaction processes between the research subjects and an application built with GeoGebra application were promoted. The records of responses to a problem situation were collected through a didactic sequence. The methodology was based on the proposed didactic sequence, which used, in addition to GeoGebra, Google's data storage service through forms, spreadsheets and Drive. The analysis was supported by the concepts of Reflecting Abstraction by Jean Piaget. Three development groups were observed, with relationships related to the concepts of area and function. It was found that the concept of area is established from the construction of the concept of function.

Como citar: SILVA, A. J. A construção dos conceitos de área e função com o *software* Geogebra. **Ensino e Multidisciplinaridade**, v. 6, n. 1, p. 77-90, 2020.



Este é um artigo publicado em acesso aberto (*Open Access*) sob a licença *Creative Commons Attribution*, que permite uso, distribuição e reprodução em qualquer meio, sem restrições desde que o trabalho original seja corretamente citado.

Keywords: Learning. Cognitive Development. Reflecting Abstraction. Function Concept. Area Concept.

Introdução

A matemática e as tecnologias digitais de informação e comunicação já percorrem juntas, e há bom tempo, os caminhos delineados pelas diversas diretrizes nacionais que orientam a educação brasileira, especialmente as das últimas décadas. Essa aliança é apontada como um fator de integração da matemática com o cenário social mais atual, além de uma oportunidade de criar situações transformadoras e de aprendizagem (BACICH; MORAN, 2018; PAIVA; SOUSA, 2018; SILVA; BECKER, 2017; 2018a; 2018b).

Comumente ocorrem associações entre a matemática e os recursos tecnológicos objetivando fins educacionais, e isso tem sido feito com certa frequência e êxito no ensino superior, além do ensino básico. Os meios que viabilizam essas práticas são geralmente os *softwares* e tipos específicos de *hardware* (KESSLER, 2008; ALBERTO; COSTA; CARVALHO, 2010; FERNANDES, 2012; CARNEIRO; SILVEIRA, 2014; HENRIQUE e BAIRRAL, 2018). Pensando e agindo sobre esse cenário desafiador de unir matemática e recursos tecnológicos para a educação, os docentes e pesquisadores têm executado práticas utilizando os dispositivos móveis, computadores portáteis, *softwares*, aplicativos, e plataformas tecnológicas como a do GeoGebra (TEIXEIRA, 2015; MOGNON; DE BARROS, 2012; DA SILVA; VICTER, 2018; MOLINARI, 2018).

Em Silva e Becker (2016; 2017; 2018a; 2018b) o uso do GeoGebra foi um recurso recorrente para a elaboração, construção e implementação de atividades *online* que representam situações-problema. Os resultados foram analisados pelo prisma da epistemologia genética e os conhecimentos matemáticos foram percebidos nos registros dos processos de resolução da situação-problema. Esses conhecimentos foram compreendidos mediante a análise de registros escritos e entrevistas inspiradas no método clínico aplicado por Jean Piaget. Os resultados dão conta de processos de desenvolvimento de discentes participantes das pesquisas, e revelam noções de função e limites de função e até mesmo a sua conceituação. Nesses estudos os conhecimentos matemáticos, associados aos *applets* do GeoGebra, foram descritos e a pesquisa apresentou como os discentes estabelecem as relações entre conhecimentos na tentativa de solucionar uma situação-problema. O *Applet* é um pequeno *software* que executa uma atividade específica, dentro de outro programa maior, como, por exemplo, um navegador *web*, ou seja, as construções do GeoGebra são executáveis em um navegador da *web* sem a necessidade de instalar o próprio GeoGebra.

Silva (2017) em sua tese apresentou um estudo que comporta o uso de *applets* do Geogebra na investigação de processos de desenvolvimento e aprendizagens com análise subsidiada pela epistemologia genética. Além do conceito de limite, a pesquisa investigou também os conceitos de função, derivação e integração.

O GeoGebra é um *software* matemático não comercial disponível na *internet* pelo domínio próprio (goegebra.org). Mas além de ser um *software*, o *site* congrega vários recursos, e nele os usuários podem realizar um registro pessoal e utilizar o seu perfil pessoal como rede social e repositório para suas criações. O GeoGebra disponibiliza seus arquivos com extensão própria (.ggb), mas funciona sem a necessidade de instalação de um programa por ser um *applet*. Mesmo sendo um *applet*, o *site* disponibiliza o *software* e aplicativos para diversos sistemas operacionais (SILVA, 2017; GEOGEBRA, 2019).

Uma ação didática é uma ação intencional e organizada, pensada e executada metodologicamente, que utiliza recursos de qualquer natureza, analógica ou digital, para a ação de ensino e objetiva o desenvolvimento cognitivo e as aprendizagens dos discentes (AEBLI,

1978; ZABALA, 1998; D'AMORE, 2007; BECKER, 2012; BACICH; MORAN, 2018). Uma forma de avaliar o processo educativo é conhecer as aprendizagens produzidas, já buscar compreender as oportunidades de desenvolvimento que emergem desses recursos ajuda a otimizar a ação didática.

Esta pesquisa deriva de uma ação didática produzida com alunos de um curso de graduação de uma universidade pública no estado do Maranhão durante o ano de 2016, e dessa pesquisa resultou a tese “*Noção de limite de funções reais e GeoGebra: um estudo em epistemologia genética*”, cujo foco foi o estudo sobre a construção do conceito de limite de uma função real. Um resultado que chamou atenção foi a constatação que o conceito de função é condição necessária à construção do conceito de limite de funções reais. Este estudo versará sobre essa questão, o conceito de função, cuja conceituação pode ocorrer a partir de uma ação didática que utiliza como recurso uma construção do GeoGebra sobre o limite da área de um polígono regular.

Para Dolle (2011, p. 13), “É colocando o aluno diante de situações-problema que ele é solicitado a construir sua solução e, assim, a fornecer a explicação para estas”, pois segundo Delval (2002, p. 67), quando o discente age para resolver uma situação problema “[...] A explicação é um complemento da ação [...]”. Tomando como referência o que dizem esses autores, é possível compreender que a aprendizagem é um processo construtivo que deriva sobretudo da ação do sujeito juntamente com o seu objeto de conhecimento, e a situação problema ajuda nesse processo; e por outro lado, vê-se a importância de se pensar sobre as próprias ações, o que é muito relevante dentro da estruturação de uma ação didática.

Para orientar a pesquisa buscou-se compreender como o discente constrói o conceito de função a partir de uma situação problema que envolve o conceito de área. A análise utilizará conceitos da educação matemática e da epistemologia genética para explicar os conhecimentos matemáticos suscitados a partir do uso de um *applet* do Geogebra e registros de respostas de uma situação-problema. Nesse sentido, objetiva-se apresentar os conhecimentos relacionados pelos discentes ao tentar conceituar função a partir de uma ação didática que aborda um problema sobre área de uma região poligonal regular.

A didática e a epistemologia

As tecnologias enriquecem as competências humanas e enriquece também os processos de aprendizagem e como comprovação desse argumento têm-se à disposição um número expressivo de publicações sobre o tema, mas se isso não é o bastante, basta observar o quão presente são as tecnologias em nossa sociedade, suprimindo necessidades individuais, coletivas, corporativas e governamentais. As ações didáticas suportadas por tecnologias digitais são ações que encontram amparo dentro do escopo teórico de várias áreas de pesquisa e conhecimento, dentre essas áreas destaca-se a pesquisa em educação matemática e a teoria conhecida como Epistemologia Genética (DOLLE, 2011; MORAN, 2013; BACICH; MORAN, 2018; LEFRANÇOIS, 2018). Além disso são ações com amplo lastro nas mais diversas orientações curriculares e normativas da educação brasileira.

Este estudo se alicerça na Epistemologia Genética quanto à concepção de construção de conhecimento e na abstração reflexionante enquanto teoria de conhecimento. Jean Piaget buscou explicação em suas pesquisas sobre como um conhecimento novo é criado, e no cerne dessa teoria concebe-se a ideia de que os humanos se desenvolvem cognitivamente agindo sobre o real e retirando dele as qualidades (abstração empírica), mas quando agem sobre as próprias ações e coordenações das ações, o indivíduo retira as qualidades com as quais constrói novas capacidades (abstração reflexionante) (SILVA; BECKER, 2016; 2017; 2018a; 2018b).

Para Piaget (1995) há dois tipos de abstração, a empírica e a reflexionante. A empírica é a que “[...] se apóia sobre os objetos físicos ou sobre os aspectos materiais da própria ação, tais como movimentos, empurrões, etc. [...]” (p. 5). Essa abstração explica a extração de informações sensíveis dos objetos, e isso ocorre por meio da ação que o sujeito exerce sobre o objeto. A abstração reflexionante “apoia-se sobre as formas e sobre todas as atividades cognitivas do sujeito [...] para delas retirar certos caracteres e utilizá-los para outras finalidades [...]” (p. 6). Na abstração reflexionante o conhecimento é retirado das coordenações das ações do sujeito, enquanto que a abstração empírica retira conhecimento do que é sensível nos objetos. A abstração reflexionante é responsável pela incorporação de novas estruturas à coordenação das ações já constituídas nos sujeitos.

Na abstração reflexionante existem dois processos contínuos e complementares entre si, um é a reflexão e o outro o reflexionamento. Piaget (1995, p. 205) explica assim a relação entre esses processos: “a abstração reflexionante é a fonte contínua de novidades, porque atinge novas ‘reflexões’ sobre cada um dos planos sucessivos do ‘reflexionamento’ e estes se engendram sem que sua sequência seja jamais acabada”. Assim, o reflexionamento conduz um conhecimento de um determinado patamar para outro superior a ele, enquanto que a reflexão é o processo que é implementado mentalmente para reconstruir e organizar o conhecimento que chega de um patamar inferior (PIAGET, 1995; BECKER, 2012). Piaget (1995, p. 276) diz que: “[...] todo reflexionamento de conteúdos (observáveis) supõe a intervenção de uma forma (reflexão), e os conteúdos assim transferidos exigem a construção de novas formas devido à reflexão [...]”, assim temos um fluxo contínuo de processos de elaboração, reelaboração de conhecimentos, em que cada projeção de patamar resulta em uma novidade para a estrutura cognitiva do sujeito.

Quanto ao processo epistemológico, a abstração reflexionante ocorre sob duas formas, uma é a abstração pseudo-empírica e a outra é a abstração refletida. Na abstração pseudo-empírica o sujeito retira características que o próprio sujeito colocou no objeto. Já a abstração refletida, pode ser entendida como o processo mental de reflexão da reflexão, e assim o sujeito toma consciência do processo que o levou à construção do conhecimento (PIAGET, 1995; BECKER, 2012).

Dolle (2011) descreve a ação como conceito central na epistemologia genética:

Na interação, há o sujeito e há o meio, com todos os objetos que ele contém - o que significa também a organização social. Trata-se, para cada um, de se apropriar deles para se adaptar ao meio, isto é, desenvolver instrumentos de adaptação cada vez mais eficazes e requintados. É por sua ação transformadora, portanto, sobre os objetos do mundo exterior que o sujeito transforma a si mesmo desenvolvendo meios de adaptação cada vez mais adequados (DOLLE, 2011, p. 12).

Conforme o que Dolle (2011) afirma, há um processo importante a ser considerado, a interação. Desse processo associado ao próprio conceito de interação, emerge a importância da ação que sujeito e objeto exercem entre si com intenção transformadora, o que resulta no desenvolvimento e na aprendizagem.

É importante considerar o que diz Dolle (2011, p. 9): “[...] aprender é uma atividade e, como toda atividade, ela envolve estruturas”, e para Piaget (1995), o conceito de aprendizagem define-se pela assimilação de conteúdos. Esse processo ocorre a partir dos esquemas ou estruturas construídas no processo de desenvolvimento, por abstração reflexionante, ou seja, o desenvolvimento ocorre associado com a assimilação. É possível perceber a relação entre esses dois processos, a assimilação e o desenvolvimento, pois, o sujeito assimila porque se desenvolve e essa assimilação é que conduz a uma novidade agora presente nas estruturas cognitivas, que se reconfiguram, ou seja, o sujeito se desenvolve cognitivamente. Segundo

Becker (2012, p. 41), “[...] o processo da aprendizagem deve ser radicalmente vinculado ao processo de desenvolvimento [...]. Desvinculado dele não passará de treinamento [...]”. Isso permite compreender que a ação é um conceito central para a aprendizagem e o desenvolvimento cognitivo, é muito mais que uma palavra, é um elemento que conduz à aprendizagem e o desenvolvimento, em razão disso, entende-se que a ação é um mecanismo de transformação tanto do sujeito quanto do objeto.

Para Lorenzato (2010, p. 19), o processo didático parte do concreto e “[...] não começar o ensino pelo concreto é ir contra a natureza humana”. No entanto, deve-se alertar que o concreto é ponto de partida, e não deve ser o ponto central de atenção do estudante, mas sim a atividade cognitiva com situações que promovam o desenvolvimento e a aprendizagem como sugere o próprio Lorenzato (2010, p. 20): “O real palpável possibilita apenas o primeiro conhecimento, isto é, o concreto é necessário para a aprendizagem inicial, embora não seja suficiente para que aconteça a abstração matemática”. As experimentações favorecem o aprendizado, pois privilegiam a ação entre sujeito e objeto do conhecimento, e a ação produz o conhecimento.

A inserção da epistemologia genética na área da educação recebeu de seus operadores o nome de construtivismo piagetiano. O construtivismo piagetiano por sua vez fez surgir o construtivismo didático e com a abordagem vygotskyana do ensino-aprendizagem fez emergir uma didática da matemática. Atualmente a Didática da Matemática é uma área de pesquisa com diversas teorias que visam conhecer os processos de ensino e aprendizagem e as implicações resultantes desses processos (D’AMORE, 2007; ALMOULOU, 2007).

Associado ao conceito de ação didática, é importante estabelecer o que é uma sequência didática (SD). Segundo Zaballa (1998, p. 18) sequências didáticas: “[...] são um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de certos objetivos educacionais, que têm um princípio e um fim conhecidos tanto pelos professores como pelos alunos”. A ação didática proposta nesta pesquisa é compreendida como uma sequência didática, pois tem origem e estrutura que se concretiza na atividade de ensino, e finalidade na aprendizagem. O modelo empregado tem as seguintes etapas: a comunicação, o estudo individualizado ou em grupo, a experimentação e o registro das respostas.

A atividade proposta como uma situação-problema permite etapas de aprendizagem e desenvolvimento cognitivo “[...] um problema, que tem por objeto a realização ou a descoberta de uma operação, é sempre um projeto de ação, realizável por manipulações efetivas [...]” (AEBLI, 1978, p. 97).

A atividade proposta como SD faz uso de um objeto de aprendizagem (OA), um *applet* do GeoGebra, que não pode ser confundido com o objeto que age com o sujeito, pois, segundo Becker (2012, p. 43), “[...] o termo ‘objeto’, que abrange na epistemologia tudo aquilo que o sujeito não é, incluindo ali o meio social e físico, é reduzido a objetos do mundo físico”. Segundo ele, isso destrói a contribuição da Epistemologia Genética. Portanto, compreende-se que tanto a SD quanto o OA dessa SD, fazem parte daquilo que compreende o objeto a ser conhecido.

Objeto de Aprendizagem: Área Máxima (OAMAX)

Objetos de Aprendizagem são mídias digitais projetadas para o uso educacional. É um conceito de considerável amplitude, pois temos uma quantidade considerável de ambientes, linguagens e mídias de variadas características, fazendo que o OA seja um recurso digital que pode ser utilizado e reutilizado em variados contextos de ensino e aprendizagem (SILVA, 2017).

O OAMAX está disponível no site do GeoGebra, no endereço <https://www.geogebra.org/m/wXgcPzSz>, e o acesso está aberto ao público em geral. Associada à construção feita no ambiente GeoGebra, há uma situação-problema que apresenta ao aprendiz questionamentos para refletir sobre a área de um polígono regular e a relação com a medida de um de seus n lados definidos por dois pontos distintos que pertencem a uma mesma circunferência. Na ação didática utilizada nesta pesquisa, essa situação problema faz parte da sequência didática aplicada na pesquisa. Na Figura 1 temos a apresentação da interface navegável e manipulável dessa construção.

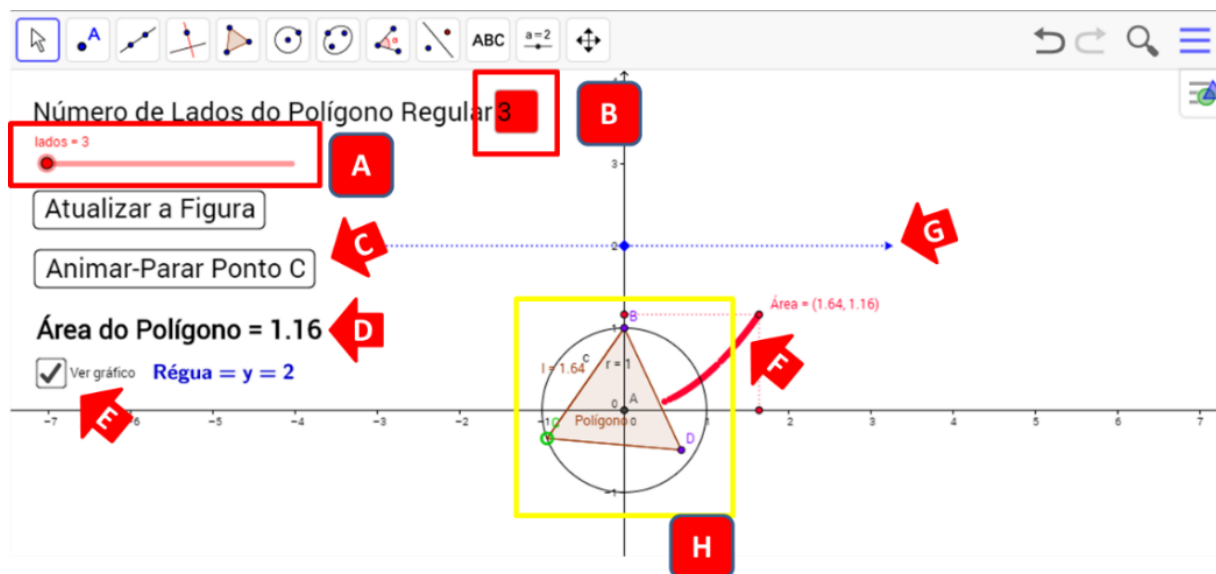


Figura 1 – Interface do OAMAX.

Fonte: Silva e Becker (2016, p. 267).

O OAMAX foi explicitado em Silva e Becker (2016) da seguinte maneira:

Esta atividade permite comparar e estimar valores numéricos e formas geométricas. Permite ainda relacionar a dinâmica da situação problema e sua evolução gráfica. Trata a área com enfoque na extensão de valores ao infinito e valores limite. A generalização da função ocorre pela análise dos valores e das formas geométricas próprias da análise da dinâmica do objeto. Nesta atividade temos uma circunferência $(C_{A,r})$ de raio unitário ($r = 1$) com centro em A e um polígono P_n , com $n \geq 3$, o número de lados e $0 < l \leq d = 2$ o comprimento do lado. Esse polígono possui dois de seus vértices contidos na circunferência. A situação-problema consiste em determinar a área máxima, $A(P_n)$, que um polígono P_n assume no interior da circunferência e fora dela à medida que dois de seus vértices contidos na circunferência se distanciam. [...] O *applet* possui uma dinâmica definida pela animação ao clicar no comando, destacado com “C” na figura. Os campos “A” e “B” permitem modificar o número de lado do polígono P_n por deslizamento ou pela entrada numérica respectivamente. No espaço “H” o polígono sofre variação de sua área. Marcando o campo “E” torna-se possível visualizar a evolução da variação da área de P_n em função do lado l - veja “F”. Em “D” tem-se o valor numérico da área do polígono P_n . É possível ainda mensurar a área a partir da régua em “G”. (SILVA e BECKER, 2016, p. 267).

É importante destacar que o OAMAX não é apresentado como um objeto garantidor de aprendizagens. O mesmo ocorre com os objetos de aprendizagem, ou recurso tecnológico

utilizado para fins de aprendizagem. O OAMAX ou outros recursos tecnológicos servem como um veículo para experimentações, com possibilidade de trocas e transformações estruturais e de complexidade entre sujeito e objeto.

As orientações sobre o uso do OAMAX fazem com que ele se torne acessível e manipulável, mas à medida que o sujeito busca compreender a situação-problema, dependendo do processo desencadeado, o uso do OAMAX pode ficar cada vez menos frequente se as ações levarem à abstração refletida. Observe que a utilização do OAMAX permite, através da ação didática, a construção de diversos conhecimentos matemáticos. Silva e Becker (2016) descrevem nove desses conhecimentos.

O conhecimento matemático associado a C1 (Se $n \rightarrow \infty$, então $A(P_n) \rightarrow \infty$) revela uma sutileza que não atende o conceito de função. A variação de n implica em uma sequência de áreas de polígonos uma vez que se define o comprimento de l pelas posições dos pontos B e C na circunferência.

O conhecimento C2 (A variação da área $A(P_n)$ é em função de l) manifesta-se quando o indivíduo expressa as noções sobre o conceito da área de um polígono com número de lados definidos. Note que esse conhecimento tem origem quando é definido o valor do lado l . Para a medida l de um polígono P_n , tem-se uma área $A(P_n)$. Se l sofre variação para outro valor agora definido por essa variação, mantendo fixo o valor de n , a área varia por uma lei matemática que depende de l .

O conhecimento C3 (l varia à medida que C se distancia de B) naturalmente antecede C2 e pode resultar em C4 (O comprimento de l é $0 < l \leq d = 2$).

Para os conhecimentos C5 e C6, se tivermos um número de lados definidos $n \geq 3$, então $A(P_n) \rightarrow L$, e teremos C5 (L é área máxima se $l \rightarrow 2r = d = 2$, pois $0 < l \leq d = 2$), caso contrário, teremos C6 (L é área mínima, se $l \rightarrow 0$, pois $0 < l \leq d = 2$).

Para o conhecimento C7 se manifestar deve ser considerada a circunferência $C_{A,r}$ e o polígono $P_n = \{V_1 = B, V_2 = C, V_3 = D, \dots, V_1 = B\}$ de vértices V e área $A(P_n)$. O conhecimento C7 (A área $A(P_n)$ é máxima no interior da circunferência se os vértices de P_n estão contidos na circunferência $C_{A,r}$, e, subsequentemente, equidistantes de seu antecessor e sucessor na medida de $\frac{C}{n}$. A compreensão de C8 (Se $\frac{C}{n} \rightarrow 0$, então $A(P_n) \rightarrow \pi r^2$) depende de C7. O conhecimento C9 (Relacionar a função $A(P_n)$ com seu gráfico e analisar a área máxima como limite dessa função) é um conhecimento mais complexo de ser construído, pois depende do conceito de função, entender a área como uma função e conceituar limite de funções.

Este estudo, no entanto, terá como foco os registros que sugerem processos de construção dos conceitos de função e área. Para o atendimento da pesquisa ressalta-se os resultados dos alunos que mobilizaram os conhecimentos C2, C3, C5 e C6. Esses conhecimentos atendem à construção do conceito de função e área do polígono.

Na expectativa de que o sujeito possa agir com o OAMAX, a análise da situação-problema é feita pelo discente considerando: I) P_n interno à circunferência, $C_{A,r}$ com $P_n \cap C_{A,r} = \{B, C\}$ ou $P_n \cap C_{A,r} = \{B, C, D, E, \dots\}$, ou seja, todos os vértices de P_n na interseção de $C_{A,r}$; II) $P_n \cap C_{A,r} = \{B, C\}$, P_n com $(n - 2)$ vértices externos à circunferência $C_{A,r}$.

No Quadro 1, os discentes foram identificados pela letra M, acompanhada da ordem de apresentação dos registros de respostas nas planilhas. Para cada discente foram agrupados os conhecimentos que se destacam a partir da análise dos registros de respostas apresentados em Silva e Becker (2016).

Quadro 1- Conhecimento matemático apresentado pelos discentes.

ID	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7	C8	C9
M1		x	x	x	x	x			
M4	x	x	x	x	x	x			
M5		x	x		x	x			
M6	x	x	x		x	x		x	
M7		x	x		x	x			
M13		x	x		x	x			
M14		x	x	x	x	x			
M15		x	x	x	x	x		x	

Fonte: Adaptado de Silva e Becker (2016, p. 269).

Nesse quadro estão registrados os conhecimentos manifestados pelos discentes ao tentar explicar suas respostas sobre a situação-problema. Em Silva e Becker (2016), os autores destacaram as relações R1 ($C5 \rightarrow C2$); R2 ($C6 \rightarrow C2$) e R3 ($(C7 \vee C8) \rightarrow (C1 \wedge C2)$). Essas relações de implicação estão centradas no conceito de limite com o conceito de função. Essas relações são expressas utilizando a simbologia da lógica proposicional, considerando serem verdadeiros os conhecimentos de C1 a C9. A R1 diz que se foi estabelecido C5, então é consequência de C2, mas não somente de C2, pois há que se considerar a ação como processo próprio entre sujeito e objeto (interação). De forma correlata R2 apresenta C6 e C2. Na relação R3 os sujeitos apresentaram os conhecimentos C7 ou C8 porque apresentaram e utilizaram C1 e C2, além da interação para mobilizar esses conhecimentos. Neste estudo são destacados os conhecimentos que se manifestam ao serem registradas as noções de área e função no formulário *online*.

Percurso Metodológico

Esta pesquisa é de natureza aplicada. Quanto aos objetivos, é descritiva/explicativa e sua abordagem é qualitativa (PRODANOV; FREITAS, 2013). O *lôcus* da pesquisa é a Universidade Federal do Maranhão. Do universo de alunos foi selecionada uma amostra pela disciplina Cálculo Diferencial e Integral (CDI), ofertada no primeiro semestre de 2016. A escolha da disciplina e a amostra dos discentes deu-se em razão da atuação docente do autor deste artigo, aproveitando o espaço da sala de aula para a realização de pesquisas que objetivaram obter dados para elaboração da Tese “*Noção de limite de funções reais e GeoGebra: um estudo em epistemologia genética*”, defendida em 2017, na Universidade Federal do Rio Grande do Sul.

O objeto de aprendizagem Área Máxima (OAMAX) foi disponibilizado *online* como parte do material curricular utilizado para as ações didáticas e metodológicas que visam o desenvolvimento cognitivo dos indivíduos e a aprendizagem dos conteúdos matemáticos da disciplina CDI.

O OAMAX foi projetado e criado pelo autor utilizando o *software* GeoGebra. A ideia central é que o discente possa inicialmente observar e agir com o OAMAX, e em seguida agir cognitivamente para aprender sobre a relação dos conceitos de função e área, e assim, desenvolver-se cognitivamente. Nesta pesquisa participaram 15 (quinze) dos 19 (dezenove) alunos matriculados na disciplina. A aceitação para participação da pesquisa ocorreu por termo de consentimento livre e esclarecido (TCLE). Outros três alunos responderam, mas não haviam autorizado o uso de suas respostas até a elaboração deste texto, tendo assim seus registros ignorados para esta pesquisa. Foi registrada uma evasão na disciplina.

Foi planejada uma ação didática, que se configura como uma sequência didática, configurada para o desenvolvimento desta atividade da seguinte maneira:

1) **Apresentação do OAMAX e suas funcionalidades:**

O OAMAX fez parte da unidade de conteúdo que trata de limite de funções de uma variável real. Nessa unidade o OAMAX foi apresentado ao discente e suas funcionalidades foram explicadas sob o ponto de vista técnico da utilização do controle deslizante e caixa de entrada. Essa ação didática foi concebida em uma sequência didática para o desenvolvimento e a construção do conceito de limites de funções.

2) **Interação com o OAMAX:**

A partir de uma situação-problema de área máxima que relaciona um polígono e um círculo, foi solicitado que o discente buscasse responder à situação-problema, e para a obtenção de possíveis respostas era possível interagir aluno e o OAMAX.

Orientação e questões:

1) A circunferência é de raio unitário.

2) O polígono tem sua área aumentada à medida que seu lado aumenta em decorrência do distanciamento de dois de seus vértices contidos na circunferência. O polígono tem área máxima?

3) Há alguma relação entre o polígono e o círculo? Se sim qual é? Se não, então justifique.

4) Descreva esse processo utilizando limite de funções se houver relações.

Após esse processo foi solicitado que o discente registrasse as suas observações em um formulário *online*, cujas respostas ficaram armazenadas no *Drive* da *Google*. A atividade não foi obrigatória.

3) **Organização e Seleção:**

As respostas foram organizadas em uma planilha eletrônica, própria do *Drive*. Essa planilha foi descarregada e editada *offline*. Para a organização dos dados foi observada a autorização de inclusão dos registros de respostas na pesquisa, e para isso verificou-se o aceite do TCLE. Foram obtidos 18 (dezoito) registros de respostas. Desse total, 15 (quinze) registros foram autorizados. A identificação não foi solicitada, mas as respostas foram codificadas para a análise. Nas planilhas, as respostas foram organizadas por linhas e cada pergunta corresponde a uma coluna.

4) **Análise:**

A análise privilegiará conhecer e representar pela Epistemologia Genética as noções ou conceitos de função e área, apresentados pelos alunos. Utilizando como base o Quadro 1, serão analisados os resultados dos alunos que mobilizaram os conhecimentos C2, C3, C5 e C6.

Análises

Para realizar as análises, as respostas foram ordenadas por cada discente devidamente identificado. O conjunto de registros aqui analisados resulta das observações feitas pelos discentes em uma atividade individual. As informações foram coletadas por meio do formulário do *Google Drive* disponibilizado no OAMAX. Pelo Quadro 1, destacam-se os alunos M1, M4, M5, M6, M7, M13, M14 e M15 por estes apresentarem os conhecimentos C2, C3, C5 e C6 em seus registros de respostas.

M1 inicialmente fez $(C5) \rightarrow (C3)$, depois apresentou, $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3 \wedge C2)$. Afirma que a área máxima do polígono P_n ocorre quando $l=2$ “o processo para a obtenção da área máxima do polígono regular, ocorre quando o ponto C inscrito no círculo tende a se distanciar do ponto B, assim o valor da área do polígono vai tendendo a ser cada vez maior até atingir o valor máximo possível, que será o valor $l=2$ [...]”. M1 não considerou o polígono P_n inscrito

na circunferência $C_{A,r}$. Nesse registro M1 considerou um valor de n fixo, fazendo o comprimento do lado tender ao valor máximo, $l=2$, e esse processo é obtido por abstração pseudo-empírica, pois para retirar características ele projeta o que não há no objeto, como exemplo destaca-se a forma que o polígono assume, ou ainda o comprimento máximo do segmento BC, dentre outras. A relação feita pelo discente entre o lado, a área e seu valor máximo, por meio da variação da forma dos polígonos, ocorre por abstração refletida, antecedida da pseudo-empírica. Outra resposta em que se observa registros por abstração pseudo-empírica é quando afirma “Os Pontos $\{C, D, B\}$ formam um polígono regular inscrito no círculo [...] ocorrendo assim a aproximação e distanciação dos seus lados [vértices] quando os pontos estão se movimentando, e assim vão criando valores reais na área do círculo”. O polígono, o círculo e a variação dos comprimentos são conceitos que o sujeito observa porque antes ele os colocou lá, veja: “Os pontos inscritos na circunferência estão se movendo, criando áreas máximas e mínimas, os pontos no círculo tendem uns aos outros, criando assim um limite máximo e mínimo para o polígono regular”. Este último trecho sugere que o aluno realizou processos de abstração refletida, pois, mantendo o polígono inscrito na circunferência se fizer $n \rightarrow \infty$, então $A(P_n) \rightarrow \pi r^2$.

M4 inicialmente fez $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3)$, depois apresentou, $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3 \wedge C2)$. Acredita ser possível obter a área máxima “[...] pois observamos que ao se distanciar de B, o vértice C, estabelece uma área para $l=2$, sendo esta, a [Área] máxima que atinge, não importando a quantidade n [de lados] do polígono [...] e quando eles estão se aproximando, tende para zero”. Por abstração pseudo-empírica apresenta inicialmente o conhecimento C3, e C5 e, por abstração refletida, apresenta C6 e C2, é o que fica explícito na sequência: “Podemos dizer que l é o ponto máximo da função [A área está em função de l], se B e C estiverem respectivamente em 1 e -1 [$r=2$]. E ainda podemos notar que para um n maior ($n \geq 3$) a imagem tende para o infinito”.

M5 inicialmente apresenta como uma noção de área que considera o polígono P_n inscrito na circunferência, mas não estabelece nenhuma relação com o comprimento do lado l , o que só ocorre depois, apresentando $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3)$, quando relaciona com a deformação da área pela variação do comprimento do lado l e relaciona com o gráfico da função do OAMAX, chegando a relacionar que $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3 \wedge C2)$. Afirma que “[...] quando o polígono está na sua área máxima, ou seja, está dentro da circunferência, a área desse polígono é igual a 1,73 e a área do gráfico é igual a 1,73 [...] a área e a imagem [na representação gráfica da imagem da função em um sistema cartesiano do OAMAX] coincidem ente si [...] quando o ponto C do polígono está na metade da circunferência, o limite da imagem reduz, sendo assim a imagem tenderá a zero do mesmo modo a área, ao mesmo ponto que C [ponto C] [...]”. Aqui, o aluno procede com uma análise comparativa de recursos do OAMAX, que é a evolução gráfica do valor atribuído à área e o *display* de valor da área do polígono de n lados. Esse processo de análise, feito por esse aluno, inicia pela abstração pseudo-empírica quando percebe a equivalência das características expostas graficamente, mas na sequência o que se observa é a conclusão por um processo de equivalência da área de P_n com a imagem da função, e isso ocorre por abstração refletida. Prossegue dizendo que “[...] quanto mais C [ponto C] se aproxima de b [ponto B], a área máxima vai aproximando de zero até ser o próprio zero [...]” e depois afirma novamente que “[...] quando o ponto C do polígono está na metade da circunferência, o limite da imagem [no gráfico da função que representa a área do polígono] reduz, sendo assim a imagem tenderá a zero do mesmo modo a área, ao mesmo ponto que C [ponto C] se aproxima de b [ponto B] tenderá a zero, e o limite da área do polígono é 2 [visualmente] que é a imagem da função, quando o polígono chega em sua área máxima!”. Neste trecho anterior, vê-se que a abstração pseudo-empírica antecede a abstração refletida, que ocorre pelo constante processo de reflexionamento e reflexão.

M6 inicia com os conhecimentos $C3$ por abstração pseudo-empírica, e $C6$ por abstração refletida ($C6 \rightarrow C3$) e diz: “[...] quando o ponto C da circunferência tende a se aproximar do ponto B gráfico da circunferência, ocorre aproximação de seus respectivos lados”, e a implicação disso é $C6$. Considera que o polígono tem área máxima quando P_n está inscrito na circunferência $C_{A,r}$ “Quanto maior o número de lados do polígono inscritos no círculo, maior será a sua área máxima, sendo maior a área do polígono também, quanto maior o número de lados, mais próximo de uma circunferência será seu formato e fora da circunferência será quando o lado for 2”, e, aqui, além de definir que ($C5 \rightarrow C2$), ele constrói $C8$, ambos os casos por abstração refletida. E assim M6 apresenta a relação $(C6 \rightarrow C3) \wedge (C5 \rightarrow C2)$.

M7 apresenta registros semelhantes aos de M5. “[...] quanto mais c [ponto C] se aproxima de b [ponto B] a área máxima vai aproximando de zero [...] [tende] ser o próprio zero [...] quando o ponto C do polígono está na metade da circunferência, o limite da imagem reduz, sendo assim a imagem tenderá a zero [...]”. Inicialmente constrói $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3)$, chegando a relacionar que $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3 \wedge C2)$.

Inicialmente M13 constrói $C3$ por abstração pseudo-empírica. Afirma que a área máxima ocorre “[...] quando o ponto C se distancia do ponto B . O valor da área desse polígono vai tender a um número cada vez maior. Até atingir o valor máximo[...]” chegando a construir $C5$ e $C2$ por abstração refletida, ou seja, $(C5 \rightarrow C3) \wedge C2$. E aqui se revela a construção de $C6$: “Quando o ponto C da circunferência se distancia do ponto B . Ocorre a aproximação dos seus lados. Atingindo o valor mínimo ou máximo da circunferência. [...]”, fazendo $(C6 \rightarrow C3) \wedge C2$. Aqui o aluno registra o conhecimento $C8$: “[...] quanto maior o número de lados o polígono regular assumir, mais próximo de uma circunferência será seu formato [variando n e ajustando para o polígono P_n ficar inscrito]. Constrói um polígono regular com área máxima e mínima na circunferência. Pois os pontos do círculo tendem a se aproximar do ponto B ”. Dessas duas relações de conhecimentos tem-se a relação resultante $((C5 \wedge C6) \rightarrow C3) \wedge C2$.

M14 apresenta o conhecimento $C6$ por intermédio de $C3$ ($C6 \rightarrow C3$), o que ocorre por abstração refletida “[...] quanto mais c [ponto C] se aproxima de b [ponto B] a área máxima [de P_n] vai aproximando-se de ser o próprio zero”. O discente utiliza características do OAMAX como a deformação do polígono P_n e o gráfico da evolução do valor da área de P_n : “[...] quando o polígono está em sua área máxima, ou seja, está dentro da circunferência, a área desse polígono é igual a 1,73 e a área do gráfico é igual a 1,73, a área e a imagem coincidem entre si [...]”. Nesse relato o discente considera a área máxima de P_n inscrito na circunferência. O discente constrói a relação entre função e área da seguinte forma: “[...] quando o [lado do] polígono está na metade da circunferência tem a área máxima. O limite da imagem reduz, sendo assim a área da imagem tenderá a zero, e a área do polígono chega a sua área mínima”, o que é possível relacionar como $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3 \wedge C2)$.

M15 afirma que “[...] o processo para a obtenção da área vai ocorrer quando o ponto C da circunferência se distancia do ponto B no eixo vertical, vamos perceber que o valor da área do respectivo polígono vai tendendo a um valor cada vez maior [...]”, nesse registro temos $(C5 \rightarrow C3)$. Na sequência diz: “Ocorre um processo de um ponto tender a outro pela circunferência até ocorrer a aproximação dos lados dos polígonos que irão atingir valores máximos e mínimos conforme os pontos vão variando na circunferência [...] Quanto maior for o número de lados inscritos no polígono, maior vai ser sua área máxima, ficando maior também a área do polígono, e quanto mais lados no polígono obtiver mais próximo de um círculo ou circunferência vai ser a sua forma”. Esse relato mostra a relação que o aluno faz da variação do comprimento do lado com a deformação do polígono e consequentemente a área desse polígono. Faz a variação de n mantendo os vértices do polígono na interseção da circunferência, mobilizando $C1$ e $C8$, inicialmente por abstração pseudo-empírica, fazendo uso dos recursos do

OAMAX, como por exemplo o controle deslizante, obtendo uma sequência de polígonos de lado $l = \overline{BC}$. Para M15, a relação do conceito de função e área é $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3 \wedge C2)$.

Após a análise dos registros foi possível identificar três grupos de desenvolvimento que apresentaram os conceitos de função e área. Esses conceitos foram manifestados pelas relações $(C5 \wedge C6) \rightarrow C3) \wedge C2$, $(C6 \rightarrow C3) \wedge (C5 \rightarrow C2)$, $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3 \wedge C2)$.

Considerações finais

Os processos de interação realizados entre sujeito e objeto de conhecimento, de um modo geral, são difíceis de serem retratados. A proposta é apresentar como os conceitos de área e função são construídos, tomando como referência os registros de respostas de discentes, resultantes da interação entre eles e o objeto de aprendizagem de uma sequência didática. A arquitetura do objeto de aprendizagem proposto na sequência didática tem campos que permitem a entrada de valores e controle deslizante com a mesma função de entrada, mas podem alterar progressivamente e regressivamente esses valores, o que facilita a visualização dos efeitos da ação de mudar valores, gerando uma dinâmica visual na forma e valores próprios do polígono P_n . De um modo geral, as ações de modificar os parâmetros no comando entrada de valores, favoreceram a abstração empírica e a abstração pseudo-empírica mediante a coordenação das ações possivelmente mobilizadas na atividade proposta. Os casos de maior atividade de interação, com processos de reflexão e reflexionamento, permitiram a construção dos conceitos de função e área pela abstração refletida. Inicialmente esses processos são possíveis com o uso do OAMAX e das coordenações de ações existentes, e em seguida, internamente com elevação da atividade cognitiva, alternando entre os processos da reflexão e do reflexionamento, como se fossem níveis de percepção do objeto de conhecimento. Para o atendimento do problema da pesquisa, foram analisados os registros de respostas dos discentes que apresentaram os conhecimentos $C2, C3, C5$ e $C6$, totalizando oito discentes. Foram observadas três relações de conhecimento em três grupos diferentes. Essas relações são resultantes das manifestações dos conceitos de função e área. A relação $(C5 \wedge C6) \rightarrow C3) \wedge C2$ é apresentada por M13 ao se observar os conhecimentos $C2, C3, C5$ e $C6$ assim relacionados: $(C5 \rightarrow C3) \wedge C2$ e $(C6 \rightarrow C3) \wedge C2$. Um grupo formado por M1, M4, M5, M7, M14 e M15 apresentaram a relação $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3 \wedge C2)$. Desse grupo, M1 e M15 mobilizaram os conhecimentos $C3$ e $C5$ $(C5) \rightarrow (C3)$; M14 mobilizou os conhecimentos $C3$ e $C6$ $(C6 \rightarrow C3)$; M4, M5 e M7 mobilizaram $C3, C5$ e $C6$ como $(C5 \wedge C6) \rightarrow (C3)$. M13 apresentou a relação $(C6 \rightarrow C3) \wedge (C5 \rightarrow C2)$, manifestando os conhecimentos $C3$ e $C6$ como $(C6 \rightarrow C3)$ e $C2$ e $C5$ como $(C5 \rightarrow C2)$ de maneira progressiva. Dessas três relações, observa-se a mobilização dos conhecimentos $C2$ e $C3$ implicando na manifestação dos conhecimentos $C5$ e $C6$, ou seja, a partir dos resultados obtidos foi possível constatar a construção do conceito de área em decorrência da construção do conceito de função. Quanto à utilização de *applets* do Geogebra, o objeto OAMAX mostrou-se eficiente para a mobilização de conhecimentos e construção dos conceitos de função e área.

Referências

- AEBLI, H.. **Didática Psicológica: aplicação á didática da psicologia de Jean Piaget**. 3. ed. Atualidades pedagógicas. v. 103. São Paulo: Editora nacional, 1978.
- ALBERTO, A. P. L.; COSTA, L. S.; CARVALHO, T. M. M.. *Software e o ensino de Matemática: a utilização do software Geogebra no ensino da Matemática*. In: OLIVEIRA, C. C.; MARIM, V. (Orgs.). **Educação Matemática: Contextos e Práticas Docentes**. Campinas: Alínea, 2010.

- ALMOULOUD, S. A.. **Fundamentos da Didática da Matemática**. Curitiba: Editora da UFPR, 2007.
- BACICH, L.; MORAN, J.. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018.
- BECKER, F.. **Educação e construção do conhecimento**. 2. ed. Porto Alegre: Penso, 2012.
- CARNEIRO, M. L. F.; SILVEIRA, M. S.. Objetos de Aprendizagem como elementos facilitadores na Educação a Distância. **Educar em Revista**, Curitiba, n. 4, 2014, p. 235-260. Editora UFPR. Disponível em: <<http://www.scielo.br/pdf/er/nspe4/0101-4358-er-esp-04-00235.pdf>>. Acesso em: 10 jul. 2016.
- DA SILVA, Q. O. V.; VICTER, E. F.. O GeoGebra 3D na abordagem de sólidos tridimensionais: uma proposta para estudantes e professores. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**. ISSN 2237-9657, v. 7, n. 3, p. 34-48, 2018.
- D'AMORE, B.. **Elementos de Didática da Matemática**. Trad.: Maria Cristina Bonomi. São Paulo: Livraria da Física, 2007.
- DELVAL, J.. **Introdução à prática do método clínico: descobrindo o pensamento das crianças**. Trad. Fátima Murad. Porto Alegre: Artmed, 2002.
- DOLLE, J.-M. **Princípios para uma pedagogia científica**. Trad. Sandra Loguércio. Porto Alegre: Penso, 2011.
- FERNANDES, F. G. et. al. Sistema para Cálculo Diferencial e Integral – SCDI. In: **Anais dos Workshops do CBIE 2012**. Disponível em: <<http://www.br-ie.org/pub/index.php/wcbie/article/view/1663/1426>>. Acesso em: 01 jun. 2016.
- GEOGEBRA (Áustria) (Org.). **O que é o GeoGebra?** 2019. Disponível em: <<https://www.geogebra.org/about>>. Acesso em: 02 jan. 2019.
- HENRIQUE, M. P.; BAIRRAL, M. A.. Do bolso para palma das mãos: retas e ângulos com GeoGebra Aplicativo. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 7, n. 3, p. 49-64, 2018.
- KESSLER, M. C.. Introduzindo objetos de aprendizagem no processo de ensinar e aprender Cálculo Diferencial e Integral. **Renote: Novas Tecnologias na Educação**, Porto Alegre, v. 6, n. 1, p. 1-10, mar. 2008. Semestral. Disponível em: <<http://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/14687/8595>>. Acesso em: 12 set. 2014.
- LEFRANÇOIS, G. R. **Teorias da aprendizagem: o que o professor disse**. São Paulo: Cengage Learning, 2018.
- LORENZATO, S.. **Para aprender Matemática**. Coleção Formação de Professores. 3. ed. Campinas, SP: Editores Associados, 2010.
- MOGNON, A.; DE BARROS, M. C.. O uso do *software* GeoGebra no ensino da matemática. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 1, n. 1, 2012.
- MOLINARI, J. R. A.. Investigando o ensino de funções quadráticas com a utilização do *software* Geogebra. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 7, n. 3, p. 3-18, 2018.

MORAN, J. M. **Ensino e aprendizagem inovadores com apoio de tecnologias**. In: MORAN, J. M. MASETTO, M. T. BEHRENS, M. A. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 21 ed. Campinas, SP: Papirus, 2013.

PAIVA, M. A. V.; SOUSA, T. B.. GeoGebra e saberes docentes da álgebra: padrões e generalizações. **Revista do Instituto GeoGebra Internacional de São Paulo**, v. 7, n. 3, p. 19-33, 2018.

PIAGET, J.. **Abstração reflexionante**: relações lógico-aritméticas e ordem das relações espaciais. Porto Alegre: Artes Médicas, 1995.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico**. Novo Hamburgo: Feevale, 2013. Disponível em: <[http://www.feevale.br/Comum/midias/8807f05a-14d0-4d5b-b1ad-1538f3aef538/E-book Metodologia do Trabalho Cientifico.pdf](http://www.feevale.br/Comum/midias/8807f05a-14d0-4d5b-b1ad-1538f3aef538/E-book%20Metodologia%20do%20Trabalho%20Cientifico.pdf)>_. Acesso em: 06 mar. 2017.

SILVA, A. J.. **Noção de limite de funções reais e GeoGebra**: um estudo em epistemologia genética. 2017. 221 f. Tese (Doutorado) - Curso de Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Centro de Estudos Interdisciplinares em Novas Tecnologias da Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017. Disponível em: <<https://lume.ufrgs.br/handle/10183/158305>>. Acesso em: 05 dez. 2018.

SILVA, A. J.; BECKER, F.. Área Máxima: construindo o conceito de limites de funções com Geogebra. In: XXI CONGRESSO INTERNACIONAL DE INFORMÁTICA EDUCATIVA, 21., 2016, Santiago - Chile. **Anais...** Santiago: Universidad de Chile, 2016. Disponível em: <[http://www.tise.cl/2016/img/Actas TISE 2016.pdf](http://www.tise.cl/2016/img/Actas%20TISE%202016.pdf)>. Acesso em: 07 dez. 2016).

SILVA, A. J.; BECKER, F.. Das Experiências Docentes à Ação: elaboração de objetos virtuais para aprendizagem do conceito de limite de funções. **Revista Tecnologias na Educação**, Viçosa, v. 18, n. 1, p. 1-15, fev. 2017. Semestral. Disponível em: <<http://tecedu.pro.br/wp-content/uploads/2017/02/Art5-vol18-edição-tematica-III-I-SNTDE-2016.pdf>>. Acesso em: 06 fev. 2017.

SILVA, A. J.; BECKER, F.. Limite de Funções Reais e Geogebra: noção, relação e construção de conhecimentos. **Tics & Ead em Foco**, São Luís, v. 4, n. ???, p. 124-139, nov. 2018a. Disponível em: <<https://ticsead.uemanet.uema.br/index.php/ticseadfoco/article/view/325>>. Acesso em: 08 jan. 2019).

SILVA, A. J.; BECKER, F.. Processos da construção de conceitos matemáticos com o Geogebra: o caso do limite de funções reais. **Revista Projeção e Docência**, Brasília, v. 9, n. 2, p. 151-161, nov. 2018b. Disponível em: <<http://revista.faculdadeprojecao.edu.br/index.php/Projecao3/article/view/1131>>. Acesso em: 08 jan. 2019.

TEIXEIRA, I. R. G.. O uso do *software* GeoGebra nas construções gráficas de Funções Quadráticas. **XIX Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática**, 2015. Anais??

ZABALA, A.. **A prática educativa**: como ensinar. Porto Alegre: Artmed, 1998.